

平成30年度2学期中間考査（数II 3年）answer

2018-hi3-2term1answer.tex

3年 _____ コース 名前 _____

1. 次の式を計算し、できるだけ簡単な形で表しなさい。

$$(1) \sqrt[3]{\sqrt{64}} = \sqrt[3]{2\sqrt{26}} = \sqrt[3 \times 2]{26} = \sqrt[6]{26} = 2$$

$$(2) (4^{\frac{1}{3}})^{\frac{3}{2}} = 4^{\frac{1}{3} \times \frac{3}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} = (2^2)^{\frac{1}{2}} = 2^1 = 2$$

$$(3) 8^{\frac{1}{2}} \times 8^{\frac{1}{3}} \div 8^{\frac{1}{6}} = 8^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}} = 8^{\frac{2}{3}} = (2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{3 \times \frac{2}{3}} = 2^2 = 4$$

$$(4) \sqrt{2} \times \sqrt[3]{2} \times \sqrt[6]{2} = 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{1}{6}} = 2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = 2^1 = 2$$

2. 次の方程式を解け。

$$(1) 9^x = 3^{x+1}$$

方程式を変形すると $3^{2x} = 3^{x+1}$

$$2x = x + 1 \text{ から } x = 1$$

$$(2) 4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$$

方程式を変形すると $(2^x)^2 - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$

$$(2^x - 4)(2^x + 1) = 0$$

$$2^x + 1 > 0 \text{ だから } 2^x - 4 = 0$$

$$2^x = 2^2 \text{ から } x = 2$$

3. 次の不等式を解け。

$$(1) 2^x \geq 8$$

不等式を変形すると $2^x \geq 2^3$

底 2 は 1 より大きいから $x \geq 3$

$$(2) \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} < \left(\frac{1}{9}\right)^x$$

不等式を変形すると

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} < \left(\frac{1}{3}\right)^{2x}$$

底 $\frac{1}{3}$ は 1 より小さいから

$$x + 1 > 2x$$

これを解いて $x < 1$

4. 次の式を計算し、できるだけ簡単な形で表しなさい。

$$(1) 2 \log_3 4 + \log_3 5 - \log_3 8 \\ = \log_3 4^2 + \log_3 5 - \log_3 8 \\ = \log_3 \frac{16 \times 5}{8} = \log_3 10$$

$$(2) \log_8 16 = \frac{\log_2 16}{\log_2 8} = \frac{\log_2 2^4}{\log_2 2^3} = \frac{4}{3}$$

$$(3) \log_2 3 \cdot \log_3 8 = \log_2 3 \times \frac{\log_2 8}{\log_2 3} \\ = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3$$

5. 次の方程式を解け。

$$(1) \log_{0.5}(x+1)(x+2) = -1$$

$$(x+1)(x+2) = 0.5^{-1} \text{ より}$$

$$x^2 + 3x + 2 = 2$$

$$\text{よって } x(x+3) = 0$$

$$\text{したがって } x = 0, x = -3$$

$$(2) \log_3(x-2) + \log_3(2x-7) = 2$$

真数は正であるから

$$x - 2 > 0 \text{ かつ } 2x - 7 > 0$$

$$\text{すなわち } x > \frac{7}{2} \quad \dots \textcircled{1}$$

方程式を変形すると

$$\log_3(x-2)(2x-7) = 2$$

$$\text{よって } (x-2)(2x-7) = 3^2$$

$$\text{したがって } (2x-1)(x-5) = 0$$

$$\textcircled{1} \text{ より } x = 5$$

6. 次の不等式を解け。

(1) $\log_{0.5}(3-x) \geq \log_{0.5} 2x$

真数は正であるから

$$3-x > 0 \text{ かつ } 2x > 0$$

$$\text{すなわち } 0 < x < 3 \quad \dots \textcircled{1}$$

底 0.5 は 1 より小さいから、与えられた不等式より

$$3-x \leq 2x$$

$$\text{これを解くと } x \geq 1 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ の共通範囲を求めて } 1 \leq x < 3$$

(2) $\log_2(x+1) + \log_2(x-2) < 2$

真数は正であるから

$$x+1 > 0 \text{ かつ } x-2 > 0$$

$$\text{すなわち } x > 2 \quad \dots \textcircled{1}$$

与えられた不等式を変形すると

$$\log_2(x+1)(x-2) < \log_2 2^2$$

底 2 は 1 より大きいから

$$(x+1)(x-2) < 2^2$$

$$\text{よって } (x+2)(x-3) < 0$$

$$\text{これを解くと } -2 < x < 3 \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ の共通範囲を求めて } 2 < x < 3$$

7. $\log_{10} 1.62 = 0.2095$ として、以下の値を求めよ。

(1) $\log_{10} 1620000 = \log_{10}(1.62 \times 10^6)$

$$= \log_{10} 1.62 + \log_{10} 10^6$$

$$= 0.2095 + 6 = 6.2095$$

(2) $\log_{10} 0.00162 = \log_{10}(1.62 \times 10^{-3})$

$$= \log_{10} 1.62 + \log_{10} 10^{-3}$$

$$= 0.2095 - 3 = -2.7905$$

8. $\log_{10} 2 = a$, $\log_{10} 3 = b$ とするとき、次の式を a , b を用いて表せ。

(1) $\log_{10} \sqrt[3]{6}$

$$= \frac{1}{3} \log_{10} 6 = \frac{1}{3} (\log_{10} 2 + \log_{10} 3)$$

$$= \frac{1}{3} (a + b)$$

(2) $\log_{10} 15$

$$= \log_{10} 5 + \log_{10} 3 = \log_{10} \frac{10}{2} + \log_{10} 3$$

$$= \log_{10} 10 - \log_{10} 2 + \log_{10} 3$$

$$= 1 - a + b$$

9. 次の関数の値域を求めよ。

(1) $y = 2^{x+1} \quad (-3 \leq x \leq 3)$

関数 $y = 2^{x+1}$ は増加関数である。

よって、 $-3 \leq x \leq 3$ では

$$2^{-3+1} \leq y \leq 2^{3+1}$$

$$\text{すなわち } 2^{-2} \leq y \leq 2^4$$

$$\text{したがって、値域は } \frac{1}{4} \leq y \leq 16$$

(2) $y = \log_{\frac{1}{2}}(x + \sqrt{2}) \quad (0 \leq x \leq \sqrt{2})$

関数 $y = \log_{\frac{1}{2}}(x + \sqrt{2})$ は減少関数である。

よって、 $0 \leq x \leq \sqrt{2}$ では

$$\log_{\frac{1}{2}}(\sqrt{2} + \sqrt{2}) \leq y \leq \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2}$$

$$\text{すなわち } \log_{\frac{1}{2}} 2\sqrt{2} \leq y \leq \log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2}$$

$$\text{したがって } \log_{\frac{1}{2}} 2^{\frac{3}{2}} \leq y \leq \log_{\frac{1}{2}} 2^{\frac{1}{2}}$$

$$2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \text{ であるから}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{3}{2}} \leq y \leq \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\text{よって、値域は } -\frac{3}{2} \leq y \leq -\frac{1}{2}$$

10. 次の関数の最小値を求めよ。

(1) $y = 4^x - 2^x$

$$2^x = t \text{ とおくと}$$

$$4^x - 2^x = (2^x)^2 - 2^x = t^2 - t$$

$$2^x > 0 \text{ から } t > 0$$

$$y = t^2 - t \text{ より}$$

$$y = \left(t - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \quad (t > 0)$$

$$\text{よって、} y \text{ は } t = \frac{1}{2}$$

$$\text{すなわち } x = -1 \text{ で最小値 } -\frac{1}{4} \text{ をとる。}$$

(2) $y = (\log_3 x)^2 - \log_3 x^2$

$$\log_3 x = t \text{ とおくと}$$

$$y = (\log_3 x)^2 - \log_3 x^2$$

$$= (\log_3 x)^2 - 2 \log_3 x = t^2 - 2t$$

$$y = t^2 - 2t \text{ より } y = (t-1)^2 - 1$$

t はすべての実数値をとる。

よって、 y は $t = 1$ すなわち $x = 3$ で最小値 -1 をとる。