平成 21 年度　第 2 学期 高 2 (2) 期末考査　　　　氏名

1. 次の命題の真偽を調べよ。

(1) 自然数 4 は素数である。

(2) 数 -1 について，$(-1)^2 > 0$ が成り立つ。

(3) 正三角形は二等辺三角形である。

(4) 台形は平行四辺形である。

2. 実数 x についての命題

「$x > 0 \Longrightarrow x^2 > 0$」は真であるから，$x^2 > 0$ は $x > 0$ であるための $\boxed{}$ 条件であり，$x > 0$ は $x^2 > 0$ であるための，$\boxed{}$ 条件である。

3. 実数 x, a, b に関する次の条件の否定を述べよ。

(1) x は有理数である

(2) $x > 0$

(3) $a = 0$ かつ $b = 0$

(4) $a > 0$ または $b > 0$

4. 自然数 n について，次の命題の対偶を述べよ。また，対偶の真偽を調べよ。

(1) 「n は 4 の倍数 $\Longrightarrow$ n は 2 の倍数」

(2) 「n は奇数 $\Longrightarrow$ n^2 は偶数」

5. n^2 が偶数ならば，n は偶数である。このことを次の方法で証明せよ。

(1) この命題の対偶を考えて証明せよ。

(2) 背理法により証明せよ。

6. $\sqrt{2}$ が無理数ならば、$1+\sqrt{2}$ は無理数であることを背理法を利用して証明せよ。

7. $\sqrt{2}$ が無理数であることを証明せよ。

「$\sqrt{2}$ が無理数でない」すなわち「$\sqrt{2}$ が $\boxed{}$ である」と仮定すると、

$\sqrt{2}$ はある自然数 m、n を用いて

$$\sqrt{2} = \frac{m}{n} \qquad \cdots\cdots$$

と表すことができる。

このとき、できる限り約分して、m と n に 1 以外の $\boxed{}$ がないような分数にする。

より
$$\sqrt{2}n = m$$
この両辺を 2 乗すると

$$\boxed{}n^2 = m^2 \qquad \cdots\cdots$$

よって、m^2 は $\boxed{}$ である。

m^2 が $\boxed{}$ ならば、m も $\boxed{}$ となる。

偶数 m は、ある自然数 k を用いて、$m = \boxed{}\,k$ と表されるから、

に代入して

$$2n^2 = \boxed{}$$

すなわち

$$n^2 = \boxed{}$$

よって、n^2 は $\boxed{}$ となり、n も $\boxed{}$ となる。

m と n がともに $\boxed{}$ となることは、m と n に 1 以外の $\boxed{}$ がないことに矛盾する。

したがって、$\sqrt{2}$ は $\boxed{}$ ではなく、$\boxed{}$ である。