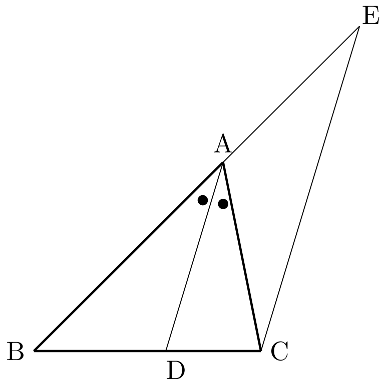
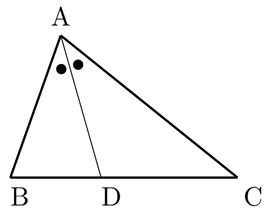
平成２１年度　第３学期　期末考査　高等部２年 (２)　　氏名

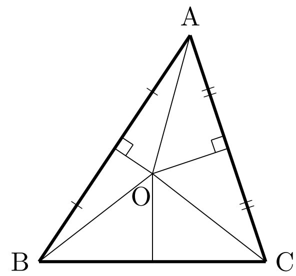
[1] $\triangle ABC$ の $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点は、辺 BC を $AB : AC$ に内分することを証明しなさい。
下の図では $\angle A$ の二等分線と辺 BC の交点を D とし、頂点 C を通り直線 AD に平行な直線を引き、辺 AB の A を越える延長との交点を E としています。



[2] $AB = 10, \quad BC = 15, \quad AC = 15$ である $\triangle ABC$ において、$\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とする。線分 BD の長さを求めよ。

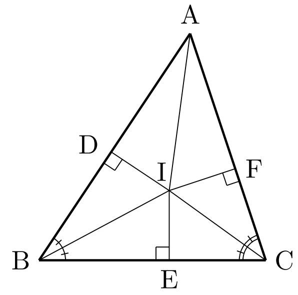


[3] 三角形の３辺の垂直二等分線は１点で交わることを証明せよ。
辺 AB の垂直二等分線と辺 AC の垂直二等分線の交点を O としています。



[4] 三角形の３つの角の二等分線は１点で交わることを丁寧に証明します。$\boxed{}$ に適当な用語や記号を書き入れなさい。

次の図のように、$\triangle ABC$ の $\angle B$ と $\angle C$ の二等分線の交点を I とし、I から３辺に垂線を引いて、AB, BC, CA との交点をそれぞれ D, E, F とします。



1) $ID = IE = IF$ であることを証明しなさい。

証明

$\triangle BDI$ と $\triangle BEI$ において

$\angle BDI = \angle BEI = 90^\circ$

$\boxed{}$ は共通

$\angle DBI = \angle EBI$（仮定）

したがって，直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいから

$\triangle BDI$ $\boxed{}$ $\triangle BEI$

これより

$DI = EI \cdots (1)$

同様に，$\triangle CEI \equiv \triangle CFI$ より

$EI = FI \cdots (2)$

$\boxed{}$，$\boxed{}$ より $DI = EI = FI$

証明終

2) 半直線 AI は $\angle BAC$ を２等分することを証明しなさい。

証明

$\triangle ADI$ と $\triangle AFI$ において

$\angle ADI = \angle AFI =$ $\boxed{}$ 度

AI は共通

$DI = FI$

したがって，直角三角形の斜辺と他の１辺がそれぞれ等しいから

$\triangle ADI \equiv \triangle AFI$

これより

$\angle DAI = \angle$ $\boxed{}$

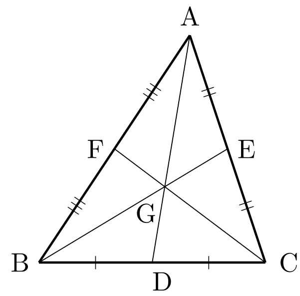
したがって，半直線 AI は $\angle BAC$ を２等分する。

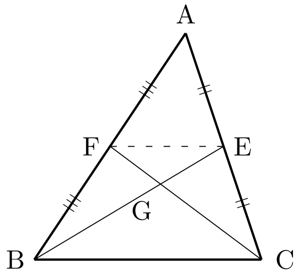
証明終

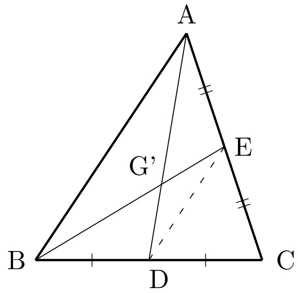
[5] 三角形の３本の中線は１点で交わり、その点は各中線を 2:1 に内分することを証明します。

文中の $\boxed{\quad}$ に適当な語や記号等を記入しなさい。

$\triangle ABC$ の中線 BE と中線 CF との交点を G とし、
中線 AD と中線 BE との交点を G' とする。
このとき、まず２点 G、G' が一致することを示す。







中点 $\boxed{\quad}$ 定理により
$FE \mathbin{/\!/} BC,\ BC : FE = 2 : 1$
となるから　$BG :$ $\boxed{\quad}$ $= BC : FE = 2 : 1$

よって、点 G は線分 BE を $2 : 1$ に $\boxed{\quad}$ する。

同様にして　$BG' : G'E = AB : ED =$ $\boxed{\quad}$: $\boxed{\quad}$

よって、点 $\boxed{\quad}$ は線分 BE を $2 : 1$ に内分する。

線分 BE を $2 : 1$ に内分する点は１点だけであるから、２点 $\boxed{\quad}$ 、G' は一致する。
したがって、３つの中線は点 G で交わる。
また、$AG : GD = BG : GE = CG : GF = 2 : 1$ であるから、３つの $\boxed{\quad}$ の交点は各中線を $2 : 1$ に内分する。

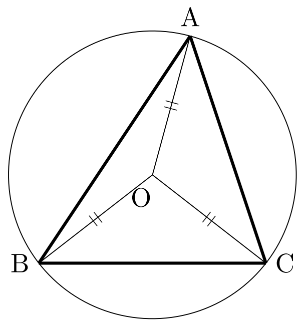
[6] 次の $\boxed{}$ を適当にうめなさい。

右の図にあるように、点 O は $\triangle ABC$ の３つの頂点から等距離にある。

よって、この点 O を中心とする半径 OA の円は、$\triangle ABC$ の３つの頂点を通る。

この円を $\triangle ABC$ の $\boxed{}$ といい、

点 O を $\triangle ABC$ の $\boxed{}$ という。



[7] 次の $\boxed{}$ を適当にうめなさい。

１）三角形の頂点と向かい合う辺の中点を結ぶ線分を、三角形の $\boxed{}$ という。

２）三角形の３本の中線が交わる点を、三角形の $\boxed{}$ という。

３）１つの三角形において２辺の長さの和は、他の１辺の長さよりも $\boxed{}$

４）１つの円で、等しい中心角に対する弧の長さは等しい。逆に、長さの等しい弧に対する $\boxed{}$ は等しい。

５）１つの円で、長さの等しい弧に対する $\boxed{}$ の長さは等しい。

６）弦の垂直二等分線は円の $\boxed{}$ を通る。

７）円の中心から弦に引いた垂線は、その弦を $\boxed{}$ する。

８）四角形が円に内接するとき、対角の和は $\boxed{}$ 度 である。

９）四角形が円に内接するとき、外角はそれと隣り合う内角の $\boxed{}$ に等しい。

10）円の２つの弦 AB、CD の交点、またはそれらの延長の交点を P とすると、$\boxed{}$ が成り立つ。(方べきの定理)

[8] 次の $\boxed{}$ を適当にうめなさい。

右の図にあるように、点 I を中心とする半径 ID の円は $\triangle ABC$ の３辺に接する。

この円を $\triangle ABC$ の $\boxed{}$ といい、

点 I を $\triangle ABC$ の $\boxed{}$ という。