

平成 20 年度 第 3 学期 期末考査 高等部 1 年 ( 1 ) 氏名

1. 次の式を因数分解せよ。

(1)  $2(n+1)^3 - 3n(n+1) - 2(n+1)$

(2)  $ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$

2. 関数  $y = x^2 - 4x$  について以下の問いに答えよ。

(1)  $-1 \leq x \leq 5$  の範囲でこのグラフをかけ。

(2)  $a \leq x \leq a+2$  ( $a$  は定数) として、この関数の最大値、最小値を、次の場合について、それぞれ求めよ。

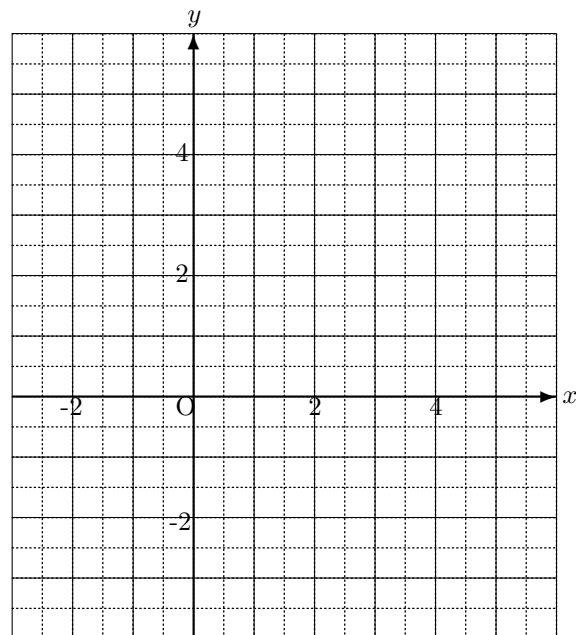
1)  $a \leq 0$

2)  $0 < a < 1$

3)  $a = 1$

4)  $1 < a < 2$

5)  $2 \leq a$



3. 1 辺の長さが 2 の正四面体  $ABCD$  において、辺  $CD$  の中点を  $M$  とするとき、次のものを求めよ。

(1)  $\cos\angle ABM$  の値

(2)  $\triangle ABM$  の面積  $S$

(3) 正四面体の体積  $V$

4. 1 辺の長さが 2 の正四面体  $ABCD$  に内接する球の中心を  $O$  とする。

(1) 四面体  $OBCD$  の体積  $V$  を求めよ。

(2) 球の半径  $r$  を求めよ。

(3) 球の表面積と体積を求めよ。

1. 1 辺の長さが 2 の正四面体  $ABCD$  において、辺  $CD$  の中点を  $M$  とするとき、次のものを求めよ。

- (1)  $\cos \angle ABM$  の値

$$AM = BM = BC \sin 60^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

よって、 $\triangle ABM$  において、余弦定理を使うと

$$\begin{aligned} \cos \angle ABM &= \frac{AB^2 + BM^2 - AM^2}{2 \times AB \times BM} \\ &= \frac{2^2 + (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{3})^2}{2 \times 2 \times \sqrt{3}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \end{aligned}$$

- (2)  $\triangle ABM$  の面積  $S$

$$\sin \angle ABM = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

よって

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \times AB \times BM \times \sin \angle ABM \\ &= \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{6}}{3} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

- (3) 正四面体の体積  $V$

三角錐  $ABCM$  の体積は底面積が  $S$  で、高さが  $CM = 1$  となるから、求める体積  $V$  は

$$V = 2 \times \frac{1}{3} \times S \times CM = 2 \times \frac{1}{3} \times \sqrt{2} \times 1 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

2. 1 辺の長さが 2 の正四面体  $ABCD$  に内接する球の中心を  $O$  とする。

- (1) 四面体  $OBCD$  の体積  $V$  を求めよ。

求める体積  $V$  は前問で解いた体積の  $\frac{1}{4}$  であるから

$$V = \frac{1}{4} \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{\sqrt{2}}{6}$$

- (2) 球の半径  $r$  を求めよ。

正四面体の側面である一つの正三角形の面積  $S$  は

$$S = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$$V = \frac{1}{3} S r \text{ であるから}$$

$$r = \frac{3V}{S} = \frac{3 \times \frac{\sqrt{2}}{6}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{6}$$

- (3) 球の表面積と体積を求めよ。

$$\text{表面積} = 4\pi r^2 = \frac{2\pi}{3} \qquad \text{体積} = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{\sqrt{6}}{27}\pi$$